

Economia del mercato mobiliare e
finanziamenti di aziende

Le obbligazioni

Prof. Mario Comana - Università degli Studi di Bergamo

La tipologia delle obbligazioni

Gli strumenti di debito: le obbligazioni

- ***Definizione***

- titoli di credito, normalmente al portatore, che rappresentano una quota di debito contratto dalla società o dall'ente emittente. L'accordo obbliga l'emittente a effettuare dei pagamenti - di entità specificata - a determinate date future.

- ***Caratteristiche***

___sono nominativi o al portatore;

*non conferiscono al titolare alcun diritto amministrativo, ma alcuni diritti economici
certezza e ammontare dei flussi generati dalle obbligazioni*

vita limitata (le obbligazioni hanno una scadenza massima prefissata)

- ***Tipico esempio:***

un titolo di valore nominale di 10.000.000 con scadenza 1/1/2001 e tasso cedolare del 7% pagabile il 1/1 e il 1/7 assicura al sottoscrittore i seguenti flussi:

- pagamento di cedole pari a L. 700.000 complessive per anno
- pagamento del valore di rimborso pari al valore nominale del titolo alla data di scadenza (1/1/2001)

Limiti all'emissione

Limite all'emissione obbligazionaria



Una società può emettere obbligazioni fino all'ammontare del capitale versato ed esistente al momento dell'emissione



Deroghe

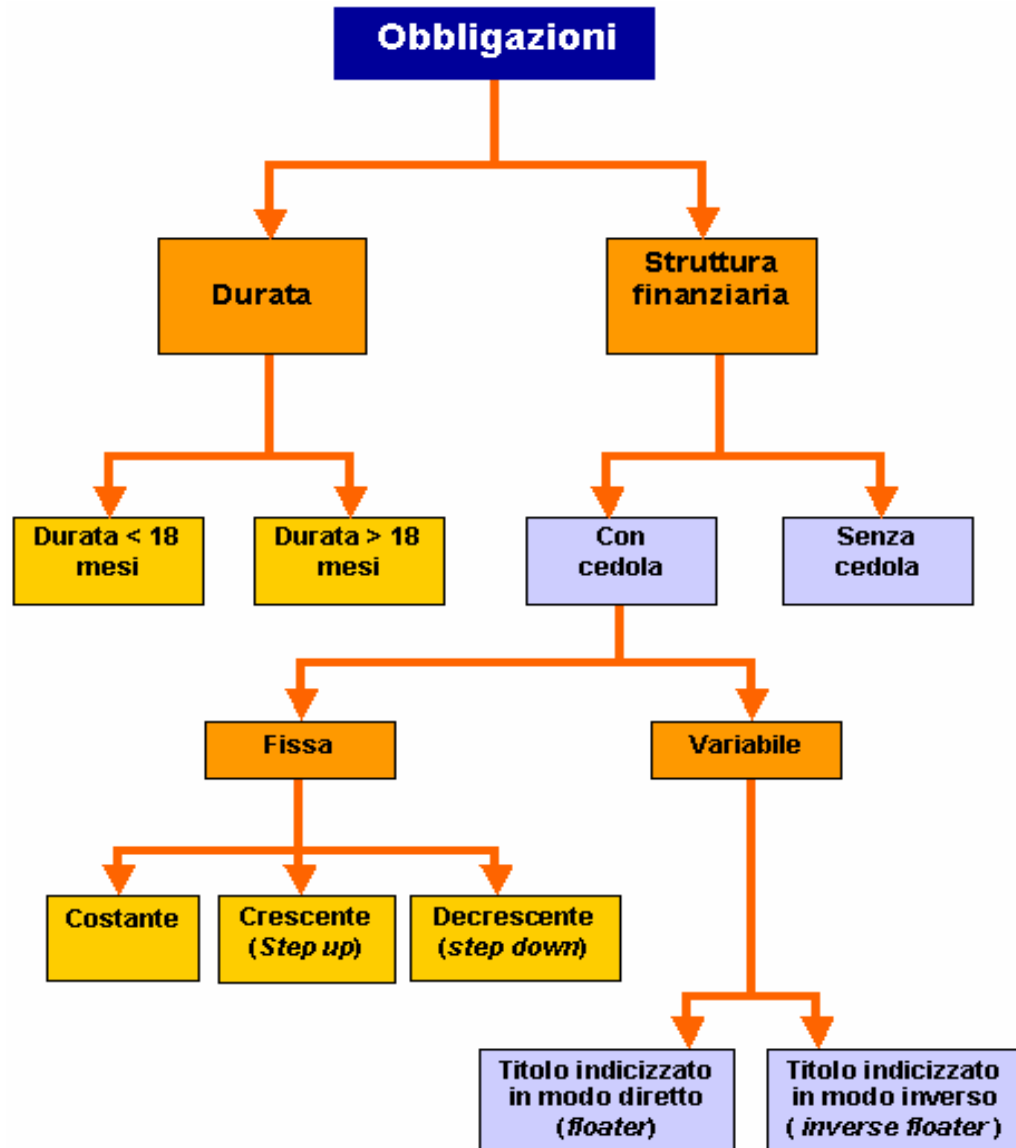


Il limite può essere superato se:

- La parte eccedente del prestito obbligazionario è assistita da ipoteca sugli immobili non oltre i 2/3 del valore di questi
- Le obbligazioni eccedenti sono garantite da titoli nominativi emessi dallo stato
- Esiste un'apposita autorizzazione per ragioni di pubblico interesse

L'art.2410 del Codice Civile disciplina i limiti all'emissione di prestiti obbligazionari da parte delle imprese:

La classificazione delle obbligazioni



La classificazione delle obbligazioni

- **Emittente**
 - titoli di Stato
 - enti pubblici
 - imprese
- **Durata**
 - a breve (12 mesi)
 - a medio (da 1 a 5 anni)
 - a lungo (fino 30 anni)
- **Quotazione**
 - mercato ufficiale (MOT)
 - non quotate
- **Rilevazione del prezzo**
 - corso secco
 - corso tel-quel
- **Indicizzazione**
 - a tasso fisso
 - a tasso variabile
- **Tipologia**
 - obbligazioni
 - obbligazioni convertibili, “cum warrant”
 - zero coupon bond (ZCB)
- **Nazionalità**
 - titoli italiani
 - titoli esteri emessi in Italia (*euroobbligazioni*)
 - titoli italiani emessi all'estero
- **Rating**
 - AAA: merito di credito più elevato
 - B: investimento speculativo
 - C-CCC: investimento fortemente speculativo, talvolta con insolvenza
- **Modalità di rimborso**
 - unica soluzione a scadenza
 - estrazione a sorte
 - piano di ammortamento

italiano (quote capitale costanti), francese (rate costanti), liberato

Il significato del rating

Investment grade	S&P	Moody's
Titoli di prima qualità: altamente sicuri (Gilt edge - highly safe)	AAA AA+	Aaa Aa1
Categoria molto elevata: molto sicuri (Very high grade - very safe)	AA AA- A+	Aa2 Aa3 A1
Categoria di fascia medio alta (Upper medium grade)	A A- BBB+	A2 A3 Baa1
Categoria di fascia medio bassa: titoli piuttosto speculativi (Lower medium grade - quite speculative)	BBB BBB-	Baa2 Baa3

Non investment grade	S&P	Moody's
Categoria bassa: titoli speculativi (Low grade - speculative)	BB+ BB BB- B+	Ba1 Ba2 Ba3 Ba3
Titoli molto speculativi (Very speculative)	B B-	B2 B3
Titoli altamente speculativi (Highly speculative)	CCC+	
In condizioni difficili: rischiosi (In poor standing - risky)	CCC CCC-	Caa
Possibilità di fallimento del debitore: molto rischiosi (Possibility of being in default - very risky)	CC	Ca
Estremamente rischiosi (Extremely risky)	C	C

I tipi di obbligazioni

Titolo	Caratteristiche principali	Per l'investitore
Obbligazioni ordinarie	<ul style="list-style-type: none">• Rimborso del capitale a scadenza• Cedola fissa	Garantiscono un <u>rendimento</u> periodico certo
Obbligazioni indicizzate	<ul style="list-style-type: none">• Rendimento o prezzo di rimborso ancorati ad un indice (parametro di indicizzazione)	Permettono di beneficiare di variazioni positive dei tassi, non tutelano di fronte a possibili diminuzioni degli stessi
Obbligazioni in valuta	<ul style="list-style-type: none">• Rimborso del capitale a scadenza• Cedola fissa o variabile• Clausola di rimborso anticipato	Permettono di beneficiare di eventuali favorevoli evoluzioni dei tassi di cambio
Obbligazioni convertibili		
Obbligazioni cum warrant		

Le obbligazioni convertibili

Definizione

conferiscono la facoltà di convertire, in un determinato periodo di tempo (*periodo di conversione*) e secondo un rapporto di conversione predeterminato (*rapporto di concambio*), le obbligazioni in azioni della società emittente dette azioni di compendio (*conversione diretta*) o di altra società (*conversione indiretta*).

Nel momento in cui le obbligazioni sono convertite, il debito obbligazionario, per la quota corrispondente, si estingue.

Nell'ipotesi di conversione diretta, la società emittente registra un incremento del capitale sociale.

Vantaggi per l'investitore

L'obbligazione convertibile permette al creditore, a fronte di una cedola più bassa, di farsi consegnare un numero prefissato di azioni invece di ricevere un rimborso in linea capitale

Le obbligazioni cum warrant

Definizione:

strumento finanziario costituito da una cedola che dà diritto al portatore di sottoscrivere azioni di compendio a un prezzo stabilito entro un determinato periodo di tempo. Vengono in genere emessi dalle società che prevedono di dover aumentare il capitale a una data futura oppure vogliono reperire nuove risorse finanziarie, utilizzando azioni proprie già in portafoglio.

Caratteristiche principali

- Il titolo obbligazionario si accompagna ad un'opzione su una quantità prestabilita di titoli
- Nel warrant vengono definiti prezzo e periodo di esercizio dell'opzione
- Il warrant gode di vita autonoma, ovvero è staccato dall'obbligazione e negoziabile separatamente
- Il warrant è di tipo americano, se la facoltà di acquisto è esercitabile entro una data prefissata, o europeo, se l'opzione può essere esercitata esclusivamente in una specifica data

Vantaggi per l'investitore

L'obbligazione con warrant consente al creditore di partecipare ad eventuali guadagni in conto capitale o di negoziare il warrant separatamente dal titolo obbligazionario

Altri tipi di obbligazioni

Titolo	Caratteristiche principali	Per l'investitore
Obbligazioni dual currency	<ul style="list-style-type: none">• Denominate in valuta estera• Cedole nella valuta di emissione• L'emittente sceglie la valuta del rimborso	Prevedono in genere un tasso di interesse elevato
Obbligazioni drop lock	<ul style="list-style-type: none">• Obbligazioni a tasso variabile convertibili in obbligazioni a tasso fisso• Esiste una soglia minima di rendimento oltre cui scatta la conversione	Consentono di godere di eventuali aumenti dei tassi coprendo al contempo dal rischio di una loro eccessiva discesa
Obbligazioni reverse convertible	<ul style="list-style-type: none">• Obbligazioni a bt (6 mesi-2 anni)• Offrono cedole più elevate dei TdS• Funzionano in maniera speculare alle obblig. convertibili tradizionali	A fronte di una cedola elevata, l'obbligazionista accetta il rischio di vedersi consegnare un nr. prefissato di azioni invece del rimborso in c/capitale qualora il prezzo di mercato dell'azione sia inferiore al valore prefissato
Obbligazioni a rata costante e durata variabile	<ul style="list-style-type: none">• Cedole indicizzate e rata costante• Durata variabile• Rimborso periodico contestuale al pagamento degli interessi• La durata del titolo è: Maggiore se i tassi salgono: Minore se i tassi scendono	In caso di aumento dei tassi, il titolo garantisce al sottoscrittore alta redditività ma un rimborso di capitale molto dilazionato nel tempo. In caso di riduzione dei tassi, minore redditività ma più veloce restituzione del capitale

I principali Titoli di Stato

<i>Titolo</i>	BoT	BTP	CcT	CTz
<i>Anno di creazione</i>	1850	1892	1977	1995
<i>Durata attuale</i>	2,3,6,12 mesi	3,5,10,30 anni	7 anni	2 anni
<i>Tasso</i>	Fisso	Fisso	Variabile	Fisso
<i>Periodicità cedola</i>	Zero coupon	Semestrale	Semestrale	Zero Coupon
<i>Rimborso</i>	Alla pari	Alla pari*	Alla pari*	Alla pari*
<i>Sistema collocam.</i>	Asta competitiva sul prezzo senza prezzo base	Asta marginale sul prezzo senza prezzo base	Asta marginale sul prezzo senza prezzo base	Asta marginale sul prezzo senza prezzo base
<i>Momento emiss.</i>	Metà e fine mese	Inizio e metà mese	Inizio e metà mese	Variabile
<i>Taglio minimo</i>	€1.000	€1.000	€1.000	€1.000
<i>Forma giuridica</i>	Al portatore	Al portatore o nominativi	Al portatore	Al portatore
<i>Corso</i>	Tel-quel	Corso secco	Corso secco	Tel-quel
<i>Ritenuta fiscale</i>	12,5% sugli interessi (anticipata)	12,5% sulla cedola e sullo scarto	12,5% sulla cedola e sullo scarto	12,5% sullo scarto di emissione

* Il rimborso avviene alla pari detratta la ritenuta sullo scarto di emissione per i titoli tassati

Il prezzo e il rendimento delle obbligazioni

Caratteristiche di un'obbligazione

- ***Prezzo***

- somma dei valori attuali delle cedole future e del valore di rimborso

- ***Rendimento***

- misura l'incremento di valore, passato e futuro, del capitale iniziale investito in un'operazione finanziaria in relazione alla durata temporale
- il tasso di rendimento consente confronti tra titoli diversi
 - *tassi di rendimento semplici e composti*
 - *tassi di rendimento immediato*
 - *tasso di rendimento effettivo a scadenza*

- ***Rischio***

- misura la variabilità del valore e del prezzo di reinvestimento
 - *rischio prezzo*
 - *rischio di reinvestimento*

- ***Vita***

- le variabili sopra elencate sono correlate alla vita residua del titolo

Valore attuale di un titolo privo di cedola

Per calcolare il valore attuale di uno ZCB occorre conoscere: a) il tasso di mercato per titoli con una determinata scadenza; b) il prezzo di rimborso; c) la durata dell'investimento.

Si consideri lo zero coupon del valore nominale di 100.000 Euro con scadenza fra tre anni. Il tasso di mercato per investimenti simili è del 12,62%.

Pertanto, i dati che si conoscono sono:

$$t_n - t_0 = \text{numero di periodi} = 3$$

$${}_0r_n = \text{tasso di mercato al tempo 0 per la durata } n = 12,62\%$$

$$VR = \text{valore di rimborso} = 100$$

$$P_0 = \text{valore attuale} = ?$$

In base a questi elementi, si può stabilire la relazione fra prezzo e valore di rimborso utilizzando il **fattore di sconto**:

$$P_0 = \frac{VR}{(1 + r)^n} = \frac{100}{(1 + 0,1262)^3} = 70$$

NOTA BENE: Per un approfondimento sul calcolo del prezzo di uno ZCB, si vedano le esercitazioni contenute nell'allegato "Tempo & Denaro" nonché gli esempi contenuti nell'allegato "Esercizi".

Il rendimento degli Zero Coupon Bond (ZCB)

Gli ZCB sono titoli privi di cedola. Il rendimento degli ZCB (come quello dei BoT) è dato interamente dallo scarto fra il prezzo di acquisto e il valore di rimborso o di smobilizzo nel caso di vendita prima della scadenza.

Per calcolare il rendimento di uno ZCB occorre conoscere: a) il prezzo di acquisto; b) il prezzo di rimborso; c) la durata dell'investimento.

Conoscendo questi tre dati il calcolo è davvero semplice.

Partiamo dal caso più semplice:

Uno zero coupon del valore nominale di 100.000 Euro con scadenza fra tre anni, il cui prezzo di oggi è di 70.000 Euro.

Per prima cosa, si ricostruisce il profilo finanziario dell'investimento che, nel semplice caso di un titolo senza cedola, è composto da due soli flussi: 70.000 Euro di spesa oggi e una entrata di 100.000 Euro fra tre anni.

Pertanto, utilizzando le formule presentate nella sessione precedente:

Rendimento semplice

$$r_s = \left(\frac{M}{C} - 1 \right) \cdot \frac{1}{t} = \left(\frac{100}{70} - 1 \right) \cdot \frac{1}{3} = 14,2\%$$

Rendimento composto

$$r_c = \left(\frac{M}{C} \right)^{\frac{1}{t}} - 1 = \left(\frac{100}{70} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{100}{70}} - 1 = 12,62\%$$

La relazione prezzo-rendimento negli ZCB

- Si considerino tre zero-coupon bonds, con le seguenti caratteristiche:

valore nominale: VR=100

tasso di rendimento: $r=10\%$, *composto annualmente*

Tempo / Valore ZC	10%	ZCB 1	ZCB 2	ZCB 3
1		\$90,91	\$75,13	\$62,09
2		100	0	0
3			0	0
4			100	0
5				100

Si supponga che i tassi scendano al 9%, o crescano all'11%. Come reagiscono i prezzi



Se i rendimenti diminuiscono i prezzi salgono, e viceversa.

Rend	ZCB 1 <i>1 anno</i>	ZCB 2 <i>3 anni</i>	ZCB 3 <i>5 anni</i>
10%	\$90,91	\$75,13	\$62,09
9%	\$91,74	\$77,22	\$64,99
% var	0,91%	2,70%	4,46%
11%	\$90,09	\$73,12	\$59,35
%var	-0,91%	-2,75%	-4,63%



I prezzi variano maggiormente nei titoli con scadenze maggiori

Il valore attuale di un titolo con cedola

In regime di capitalizzazione composta il valore attuale è dato da:

$$V_{t_0} = \frac{V_{t_1}}{(1 + i)^n}$$

dove:
 V_{t_0} = valore attuale
 V_{t_1} = valore futuro

Valore attuale netto di un titolo (prezzo di un titolo):

il prezzo di un titolo deve essere uguale al valore attuale dei flussi di cassa futuri del titolo, in base al tasso di interesse corrente sul mercato. I flussi di cassa, per i titoli con cedola (BtP), sono le cedole (semestrali o annuali) e il prezzo di rimborso.

Pertanto, il prezzo del titolo deriva dalla seguente equazione:

$$P_j = \sum_{t=0}^T \left\{ \frac{x_{tj}}{(1 + i)^t} \right\} + \frac{V}{(1 + i)^T}$$

dove:
 P_j = valore attuale del titolo
 x_{tj} = cedole
 V = valore di rimborso
 i = tasso di mercato

Valore attuale netto di un titolo (prezzo di un titolo) quando il titolo è acquistato in un momento in cui la cedola è già parzialmente maturata

$$P + \frac{x}{360} C = \sum_{t=1}^T \left\{ \frac{C_{tj}}{(1 + i)^{t - \frac{x}{360}}} \right\} + \frac{V}{(1 + i)^{T - \frac{x}{360}}}$$

Il valore attuale di un titolo con cedola: esempio

BTP

Prezzo di rimborso	100
Tasso di interesse cedolare	10%
Cedole nominali	10
Scadenza (in anni)	5

Anno	0	1	2	3	4	5
Flussi di cassa		10	10	10	10	110
Fattore di attualizzazione	100%	91%	83%	75%	68%	62%
VA del pagamento		9	8	8	7	68
VA di tutti i pagamenti	100					

$$F_{\text{att}} = \frac{1}{(1+i)^n}$$

Se il titolo venisse acquistato a metà del primo anno (dopo 180 giorni dallo stacco della prima cedola)?

$$P + \frac{x}{360} C = \sum_{t=1}^T \left\{ \frac{C_{tj}}{(1+i)^{t-\frac{x}{360}}} \right\} + \frac{V}{(1+i)^{T-\frac{x}{360}}}$$

$$P + \frac{180}{360} 10 = \frac{10}{(1+i)^{1-\frac{180}{360}}} + \frac{10}{(1+i)^{2-\frac{180}{360}}} + \frac{10}{(1+i)^{3-\frac{180}{360}}} + \frac{10}{(1+i)^{4-\frac{180}{360}}} + \frac{110}{(1+i)^{5-\frac{180}{360}}}$$

Prezzo di un titolo con cedola: corso secco e tel-quel

- **Corso secco:** comprende il solo valore capitale, escluso cioè il rateo di interessi maturati dalla scadenza dell'ultima cedola alla data di valuta dell'operazione
- **Corso tel-quel:** è dato dalla somma tra corso secco e rateo di interessi maturato

RATEO: rettifica del prezzo di un titolo che rende equa la quota di interessi spettanti alle due controparti. In altri termini, è la quota di interessi proporzionale al periodo di detenzione, compreso fra due date di stacco cedola consecutive

Elementi per il calcolo di un rateo:

- *livello della cedola*
- *numero di giorni che compongono il periodo*
- *numero di giorni tra ultima cedola staccata e data dell'operazione*
- *aliquota fiscale applicabile*

Il calcolo del rateo

ESEMPIO:

BTP scadenza 01/03/2001

Cedola 12,5% annuo liquidabile semestralmente

Aliquota fiscale = 12,5%

Data di negoziazione: 17/06/1998

Calcolo del rateo lordo:

Determinazione della cedola lorda: $(12,5\% / 2) = 6,25\%$

Calcolo dei giorni (*periodo che intercorre tra data ultima cedola staccata e data dell'operazione*):

Marzo	30	Aprile	30	Maggio	30	Giugno	30	<i>Totale</i>	<i>107</i>
-------	----	--------	----	--------	----	--------	----	---------------	------------

Rateo = $6,25\% \times (107/180) = 3,71$

Calcolo del rateo netto (si considera l'aliquota fiscale):

Determinazione della cedola netta: $[(12,5\% * (1-0,125))] / 2 = 5,46\%$

Calcolo dei giorni (*periodo che intercorre tra data ultima cedola staccata e data dell'operazione*):

Marzo	30	Aprile	30	Maggio	30	Giugno	30	<i>Totale</i>	<i>107</i>
-------	----	--------	----	--------	----	--------	----	---------------	------------

Rateo = $5,46\% * (107/180) = 3,24$

Tassi di rendimento

Uno degli elementi caratteristici delle obbligazioni è il **rendimento**, ovvero quel tasso che misura l'incremento di valore, passato (*rendimento ex-post*) e futuro (*rendimento ex-ante*), del capitale iniziale investito in un'operazione finanziaria in relazione alla durata temporale

Nei mercati obbligazionari i tassi sono un modo alternativo di esprimere i prezzi di mercato. Il tasso di rendimento non è l'unico elemento di valutazione di un titolo, ma consente di sintetizzare la maggior parte delle informazioni oggettive su un titolo consentendo così il confronti tra valori mobiliari che presentano caratteristiche differenti.

Vi sono diverse modalità di definizione e di calcolo dei tassi di rendimento. Tra i principali, si segnalano:

- *tassi di rendimento semplici e composti (precedentemente esaminati)*
- *tasso di rendimento effettivo a scadenza*
- *tasso di rendimento immediato*

Il tasso di rendimento immediato

Il **tasso di rendimento immediato (TRI)** è il rapporto tra il rendimento nominale (che corrisponde al valore delle cedole distribuite dato 100 il valore nominale) e il prezzo di mercato (o di emissione se il titolo è stato appena emesso). E' un tasso incompleto perché non considera il differenziale tra prezzo corrente (o quello di emissione) e il prezzo di rimborso.

Calcolo del TRI di un titolo con cedola annuale

$$TRI_{lordo} = \frac{Cedola_{lorda}}{Corso\ secco} \qquad TRI_{netto} = \frac{Cedola_{netta}}{Corso\ secco} = \frac{Cedola_{lorda} (1 - t)}{Corso\ secco}$$

Esempio:

BtP scadenza 1/10/2000 Cedola annuale = 8% Prezzo di mercato (corso secco) = 102

$$TRI_{lordo} = \frac{8\%}{102} = \frac{0,08}{102} \cdot 100 = 7,84\% \qquad TRI_{netto} = \frac{8\%(1-t)}{102} = \frac{0,08 \cdot 0,875}{102} \cdot 100 = 6,86\%$$

Calcolo del TRI di un titolo con cedola infrannuale

$$TRI_{lordo} = \left(1 + \frac{Cedola_{periodicalordata}}{Corso\ secco} \right)^n - 1 = \left(1 + \frac{\frac{Cedola_{annua}}{n}}{Corso\ secco} \right)^n - 1$$

Esempio:

BtP scad. 1/10/2000 Cedola annuale = 8% liquid. semestralmente P mkt (corso secco) = 102

$$TRI_{lordo} = \left(1 + \frac{\frac{8}{n}}{102} \right)^n - 1 = \left(1 + \frac{4}{102} \right)^2 - 1 = 7,99\% \qquad TRI_{netto} = \left(1 + \frac{4(1-t)}{102} \right)^2 - 1 = 6,98\%$$

Tasso di rendimento effettivo a scadenza (TRES)

Nelle obbligazioni, il TIR corrisponde al **tasso di rendimento effettivo a scadenza (TRES)** ed è quel tasso che rende il prezzo del titolo uguale alla somma dei valori attuali delle cedole future e del rimborso del capitale.

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1 + TRES)^t}$$

dove:

P = prezzo equo del titolo

FC_t = flussi di cassa al tempo t

$TRES$ = tasso di rendimento effettivo a scadenza

BTP scadenza 5 anni						
Prezzo di rimborso	100	Tasso di interesse cedolare			10%	
Prezzo di acquisto	98	Cedole nominali			10	
Anno	0	1	2	3	4	5
Flussi di cassa	-98	10	10	10	10	110
Fattore di attualizzazione	100%	91%	83%	75%	68%	62%
VA del pagamento		9	8	8	7	68
TIR (TRES)	10,53%					

Il TRES è così quel fattore di sconto che rende equivalente il prezzo di mercato del titolo al valore attuale netto dei flussi di cassa futuri rappresentati dalle cedole e dal valore di rimborso.

Le componenti di reddito del TRES

- ***Interessi***

- reddito derivante dalle cedole incassate nel corso del periodo che intercorre tra la data di acquisto e la scadenza del titolo

- ***Capitale***

- reddito derivante dalla differenza tra valore di rimborso e prezzo di acquisto, nel caso il titolo sia detenuto fino alla scadenza

- ***Interessi sugli interessi***

- reddito derivante dal reinvestimento delle cedole nel periodo che intercorre tra l'acquisto e il rimborso del titolo


$$(1 + r)^n - 1 = \frac{nC}{P} + \frac{\frac{[C(1 + r)]^n - 1}{r} - nC}{P} + \frac{(V - P)}{P}$$

dove:


r = tasso di rendimento; C = cedola; n = nr. cedole; P = prezzo di acquisto; V = prezzo di rimborso

Le componenti di reddito del TRES: un esempio


BTP scadenza 5 anni						
Prezzo di rimborso	100	Tasso di interesse cedolare				10%
Prezzo di acquisto	98	Cedole nominali				10
Anno	0	1	2	3	4	5
Flussi di cassa	-98	10	10	10	10	110
Fattore di attualizzazione	100%	91%	83%	75%	68%	62%
VA del pagamento		9	8	8	7	68
TIR (TRES)	10,53%					

 $Cedole = \frac{nC}{P} = \frac{5 \times 10}{98} = 0,51 = 51\%$

78,5%

 $IntsuCed = \frac{\frac{[C(1+r)]^n - 1}{r} - nC}{P} = \frac{\frac{[10(1+0,1053)]^5 - 1}{0,1053} - 5 \times 10}{98} = 0,12 = 12\%$

18,4%

 $CG = \frac{VR - P}{P} = \frac{100 - 98}{98} = 0,02 = 2\%$

3,1%

Peso sul rendimento complessivo

$(1+r)^n - 1 = (1+0,1053)^5 - 1 = 0,51 + 0,12 + 0,02 = 0,65 = 65\%$

Il reinvestimento delle cedole

Nota Bene: Nel calcolo del TRES si ipotizza implicitamente che si possano reinvestire le cedole intermedie a un tasso uguale al TRES medesimo.

Per esempio, nel caso di un titolo con cedola annua del 10% e scadenza fra 5 anni, si ipotizza che le cedole maturate vengano reinvestite a un tasso annuo del 10%. Pertanto, il rendimento di questo investimento quinquennale è il 10%, se il montante dopo cinque anni è uguale a:

$$M = C(1+i)^5 = 100(1.1)^5 = 161,05$$

Si ipotizzi di reinvestire le cedole non al 10%, bensì in un deposito a vista al tasso del 5%.

	t	Capitale	Cedole	Interessi su deposito	Totale (cedole incassate + interessi maturati)
BTP					
Valore nominale	1	100	0	0,000	10,000
Prezzo di rimborso	2	100	0	0,500	10,500
Cedola nominale	3	10	0	1,025	11,025
Vita residua	4	5	0	1,576	11,576
Interessi deposito	5	5%	100	2,155	12,155
Totale		100	50	5,256	155,256

Il rendimento di periodo (5 anni) è del 55,25%. Il tasso equivalente annuo è uguale a:

$$i_s = \sqrt[n]{1 + i_p} = \sqrt[5]{1 + 55,25\%} = 9,17\%$$

Pertanto, il reinvestimento delle cedole a un determinato tasso fisso è un'ipotesi forte del Tir e ne rappresenta uno dei limiti maggiori.

Vantaggi e limiti del Tres

<i>Vantaggi del TRES</i>	<i>Limiti del TRES</i>
1. è un indicatore di redditività diffuso	1. utilizza lo stesso tasso per attualizzare flussi con scadenze diverse
2. considera tutte le componenti di reddito rilevanti	2. ipotizza che le cedole maturate vengano reinvestite sempre a un unico tasso uguale al Tres

Esercizi sul calcolo del TRES

Quale è il TRES di un BTP quinquennale acquistato alla pari di valore nominale pari a 100 milioni con cedola annua del 10%? E se il titolo venisse acquistato sotto la pari, per esempio a 98, quale sarebbe il suo TRES? Il TRES coincide con il tasso di mercato? Se sì, in quale caso?

La relazione tra prezzo di un'obbligazione e TRES è inversa: al crescere dell'uno decresce l'altro e viceversa. In particolare, se:

- se $TRES > \text{tasso cedolare}$ Prezzo di un titolo < 100 (*titolo emesso sotto la pari*)
- se $TRES < \text{tasso cedolare}$ Prezzo di un titolo > 100 (*titolo emesso sopra la pari*)
- se $TRES = \text{tasso cedolare}$ Prezzo di un titolo $= 100$ (*titolo emesso alla pari*)

Le variabili che influenzano il Tres

<i>Variabile</i>	<i>Impatto sul Tres</i>	<i>Motivi</i>
<i>prezzo</i>	negativo	<i>ceteris paribus</i> , l'investimento con un prezzo più alto rende di meno
<i>cedole</i>	positivo	a parità di capitale investito, l'incremento delle cedole fa crescere il rendimento complessivo
<i>valore di rimborso</i>	positivo	vedi punto 2). Il prezzo di rimborso è un flusso di cassa, come le cedole
<i>regime fiscale</i>	neutro	(riduce, tuttavia, il rendimento netto dell'investimento)
<i>durata</i>	negativo	<i>ceteris paribus</i> , il titolo con scadenza più lunga recupera più lentamente il capitale investito
<i>reinvest. capitale</i>	positivo	<i>ceteris paribus</i> , maggiore è il tasso di reinvestimento, più alto è il rendimento

Il Tres e la curva dei rendimenti

Ipotesi del Tres

Nella realtà ...

Motivi

La curva dei rendimenti è piatta

La curva è inclinata
(crescente o decrescente)

Titoli con scadenze differenti
hanno diversi rendimenti

*La curva dei rendimenti non
muta nel tempo*

La curva oscilla al
variare del tempo

I rendimenti richiesti variano nel
corso del tempo

La relazione prezzo-rendimento: basic facts

- ***è una relazione inversa:*** il prezzo delle obbligazioni a reddito fisso (BtP) si muove inversamente rispetto al rendimento;
- ***dipende dalla durata:*** la variazione del prezzo dei bonds è proporzionale alla durata. La stessa variazione dei tassi di rendimento provoca una variazione nel prezzo tanto maggiore quanto la scadenza del titolo è più lunga;
- ***dipende dal “peso” e dalla “frequenza” delle cedole:*** a parità di durata, una stessa variazione dei tassi determina una variazione di prezzo maggiore nei titoli senza cedola (ZCB), a cedola più bassa oppure con cedola meno frequente (cedola annuale anziché semestrale)
- ***è una relazione asimmetrica in quanto convessa:*** una variazione dei tassi di identico ammontare, ma di segno opposto, determina una variazione dei prezzi percentualmente non identica. In particolare, il prezzo cresce in seguito alla discesa dei tassi più di quanto rilevato dalla relazione lineare; e decresce a causa di una variazione in crescita del rendimento di mercato meno di quanto segnalato dalla retta.

Nell'esame della duration modificata e della convessità, viene approfondita la non linearità della relazione prezzo-rendimento.

Ma qual è il titolo più volatile?

Se un investitore desiderasse acquistare un titolo a reddito fisso non molto rischioso, potrebbe aprire le pagine economiche di un quotidiano e, nella sezione dedicata al MOT, esaminare le caratteristiche dei titoli:

<u>titolo</u>	<u>durata</u>	<u>frequenza</u>	<u>tasso cedolare</u>	<u>quotaz.</u>	<u>tres</u>
BTP Feb 99/04	3	annuale	1,62	95,69	4,14%
BTP Mag 98/09	8	semestrale	2,25	96,80	4,45%

I dati segnati in rosso, indicano che per quella determinata caratteristica il titolo è più volatile.

Ma qual è il titolo più volatile?

Per dare una risposta, è necessario introdurre

il concetto di **DURATION**,

ovvero un indicatore che offra una rappresentazione sintetica della
rischiosità di un titolo obbligazionario.

Gli indicatori di rischio delle obbligazioni

Gli indicatori di rischio

Nella scelta di un investimento uno dei fattori più importanti da considerare è il **rischio**, ovvero la possibilità che i rendimenti di fine periodo (*rendimenti ex-post*) siano diversi da quelli inizialmente attesi. Il rischio misura così la variabilità dei rendimenti. In particolare, un investimento è molto (poco) rischioso se, a fronte di una data variazione del rendimento, si ha una grande (piccola) variazione del prezzo o del valore dell'investimento.

Le tipologie di rischio presenti nelle obbligazioni sono due:

- *il rischio prezzo*: dal momento che l'andamento dei corsi obbligazionari è inversamente correlato all'andamento dei tassi, una variazione positiva nei tassi di mercato può determinare perdite in conto capitale. Il rischio prezzo tende a ridursi con l'avvicinarsi della scadenza del titolo;
- *il rischio reinvestimento*: se i tassi di mercato scendono, il reinvestimento delle cedole avviene a un tasso inferiore a quello previsto. Pertanto, il rendimento complessivo dell'investimento (che considera anche gli interessi sugli interessi) è inferiore a quello inizialmente atteso.

Tra i principali indicatori di rischio si segnalano:

- *la duration*;
- *la duration modificata*;
- *la convessità*.

La duration (o Macaulay duration)

• *Definizione*

- misura la sensibilità delle variazioni del prezzo di un titolo alle variazioni dei tassi di interesse di mercato. Quale misura approssimata dell'esposizione al rischio di interesse, consente di determinare la variazione nel valore di un'attività finanziaria a reddito fisso in seguito a una variazione nei tassi di interesse. Costituisce l'approssimazione lineare della relazione prezzo/rendimenti.
- è la durata media finanziaria di un titolo, calcolata come media delle scadenze dei flussi di cassa (cedole e valore di rimborso) di un titolo. Più precisamente, è la media aritmetica dei flussi di cassa associati a un titolo (cedole + valore rimborso) ponderata per il prezzo tel-quel del titolo
- in termini matematici, la duration è la derivata prima del prezzo rispetto al tasso
- è inversamente correlata al TRES
- la duration di uno ZCB è pari alla vita residua del titolo
- un portafoglio di titoli perfettamente immunizzato (cioè non esposto ai rischi di variazioni dei tassi) presenta una duration nulla

• *Formula*

$$Duration = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC_t}{(1+r)^t} + \frac{nV}{(1+r)^n}}{P}$$

dove:

t = tempo a scadenza delle cedole

C_t = cedole al tempo t

n = scadenza del titolo

V = valore di rimborso

P = prezzo tel quel

Macaulay duration: una semplice dimostrazione

Come noto, il prezzo di un titolo obbligazionario è dato dal valore attuale dei flussi di cassa futuri:

$$P = \sum FC(1+r)^{-t}$$

Facendo la derivata prima del prezzo rispetto al tasso di rendimento r , si ha:

$$\frac{dP}{dr} = -\sum t \cdot FC(1+r)^{-(t+1)} = -(1+r)^{-1} \sum t \cdot FC(1+r)^{-t}$$

Dividendo entrambi i membri dell'uguaglianza per P , si ottiene:

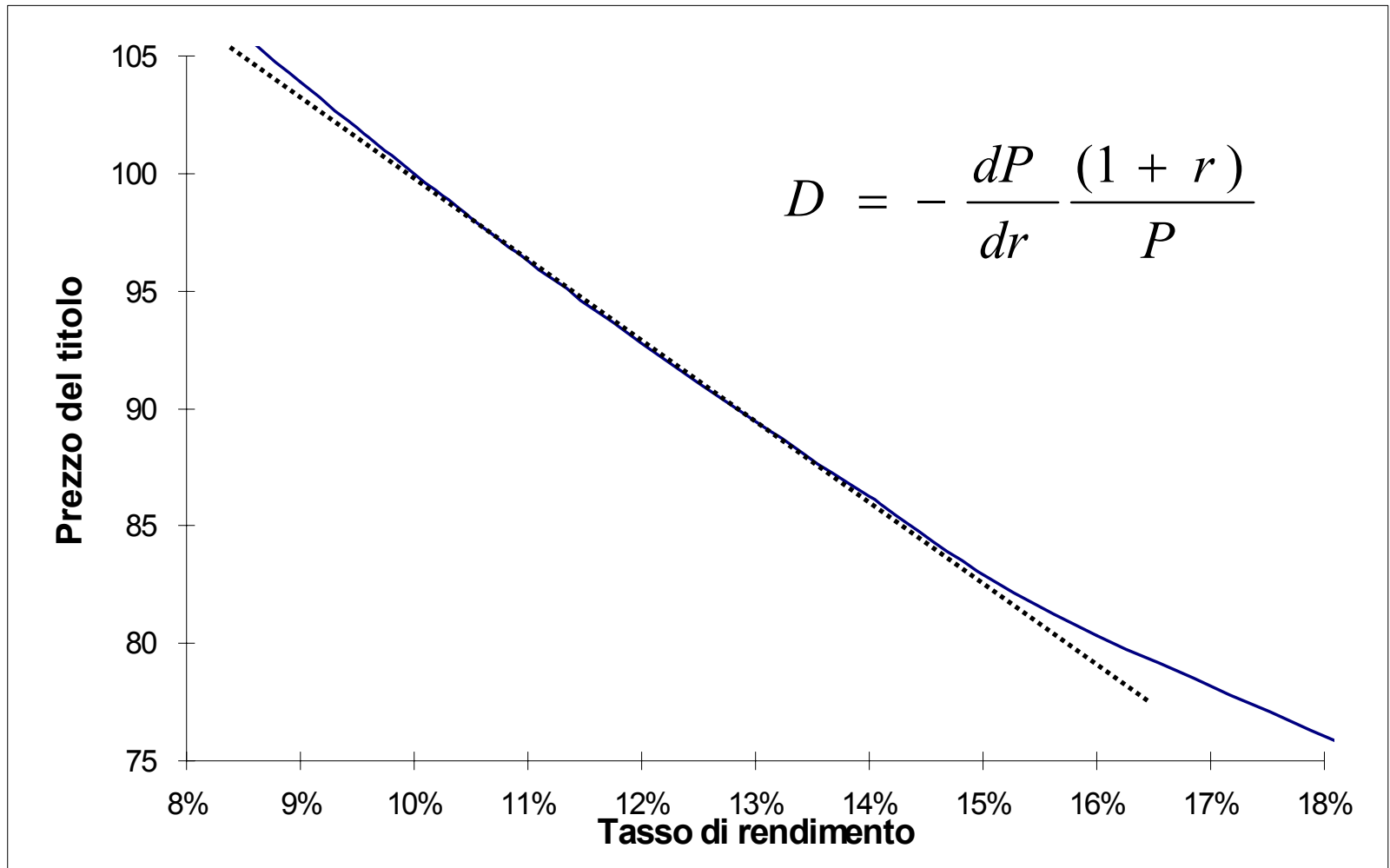
$$\frac{dP}{dr} \cdot \frac{1+r}{P} = -\frac{\sum t \cdot FC(1+r)^{-t}}{P} = -D \quad \Rightarrow \quad \frac{dP}{P} = -\frac{D}{1+r} \Delta r$$

Per memoria:

$$DM = -\frac{D}{1+r} \quad \Rightarrow \quad dP = -\frac{D}{1+r} \Delta r * P$$

La duration

La duration di un'obbligazione misura la pendenza della relazione tra i prezzi delle obbligazioni e i tassi di interesse



La duration: un semplice esempio

Sia data un'obbligazione a reddito fisso con scadenza fra cinque anni; tasso cedolare fisso pari al 10%; prezzo di emissione alla pari; valore di rimborso = 100.

- Calcolare all'emissione il TRES
- Determinare la Duration

Calcolo del Tres

Dal momento che il titolo è stato emesso alla pari, il TRES è uguale al tasso cedolare e, quindi, è pari al 10%.

Calcolo della Duration

$$\begin{aligned} \text{Duration} &= \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC_t}{(1+r)^t} + \frac{nV}{(1+r)^n}}{P} = \\ &= \frac{\frac{1 \cdot 10}{(1+0.1)^1} + \frac{2 \cdot 10}{(1+0.1)^2} + \frac{3 \cdot 10}{(1+0.1)^3} + \frac{4 \cdot 10}{(1+0.1)^4} + \frac{5 \cdot 110}{(1+0.1)^5}}{100} = 4,17 \quad \text{(4 anni, 2 mesi, 1,5 gg)} \end{aligned}$$

NOTA BENE: Per un approfondimento sul calcolo della duration e della duration modificata, si vedano le esercitazioni contenute nell'allegato "Tempo & Denaro" e quelle contenute

nell'Allegato "Esercizi"

La duration modificata

Definizione

- è una stima della variazione percentuale del prezzo di un titolo in corrispondenza di una determinata variazione del rendimento. E' così una misura di sensibilità.
- il suo valore, calcolato per il livello corrente del rendimento effettivo, fornisce un'approssimazione lineare della variazione del prezzo

Formula

- dividendo il valore della duration per $(1+r)$, dove r è il TRES del titolo si ottiene la volatilità, ovvero la variazione % del prezzo a fronte di una variazione del rendimento

$$\frac{dP}{P} = - \frac{D}{1+r} \Delta r \rightarrow D_{mod} = - \frac{Duration}{(1+r)}$$

$r = \text{tasso di rendimento effettivo a scadenza (TRES)}$

La duration modificata del titolo precedentemente esaminato è così uguale a :

$$D_{modificata} = - \frac{D}{(1+TRES)} = - \frac{4,17}{(1+0,1)} = -3,79$$

La duration modificata di un portafoglio di titoli

$$D_{portafoglio} = \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{V} D_i$$

dove:

$V_i/V =$ peso del titolo i -esimo sul valore complessivo del portafoglio

$D_i =$ duration del titolo i -esimo

Cosa determina la volatilità di un titolo?

Come più volte accennato, esiste una correlazione inversa fra andamento dei tassi e andamento dei prezzi dei titoli (cosiddetta volatilità di un titolo).

La più alta o più bassa duration e, di conseguenza, la maggiore o minore volatilità di un titolo è determinata da tre fattori:

- a) **l'importo della cedola:** maggiore è l'importo della cedola, minore è la duration del titolo e, quindi, più bassa è la sua volatilità. Se il titolo triennale dell'esempio sopra riportato avesse un tasso nominale cedolare del 10% anziché del 5%, la sua duration sarebbe più bassa;
- b) **la vita residua del titolo:** generalmente la relazione tra volatilità e scadenza del titolo è diretta, ovvero più lunga è la scadenza dell'obbligazione, maggiore è la sua volatilità. Dal momento che la duration aumenta all'allungarsi del tempo alla scadenza, ne deriva che i titoli a lungo termine sono più volatili e rischiosi dei titoli a breve termine: il rendimento richiesto dagli investitori è così tanto più elevato quanto più lunga è la scadenza del titolo;
- c) **il rendimento a scadenza:** la volatilità è inversamente correlata al tasso di rendimento a scadenza del titolo, ovvero più alto è il rendimento a scadenza, minore è la duration. A parità di importo della cedola e di scadenza, i titoli con più alti rendimenti a scadenza sono così meno sensibili a variazioni dei tassi.

Cosa determina la volatilità di un titolo?

importo della cedola

Si considerino due titoli con stessa durata, ma cedola diversa:

<u>titolo</u>	<u>cedola</u>	<u>duration</u>	
BTP 1/1/03	12.0	3.189	+cedola , -duration
BTP 1/1/03	6.25	3.385	

vita residua

Si considerino due titoli con stessa cedola, ma durata diversa:

<u>titolo</u>	<u>cedola</u>	<u>duration</u>	
BTP 1/9/05	10.5	6.003	+durata , +duration
BTP 1/11/98	10.5	0.362	

tasso di rendimento

Si considerino due titoli con stessa cedola e durata, ma rendimento diverso:

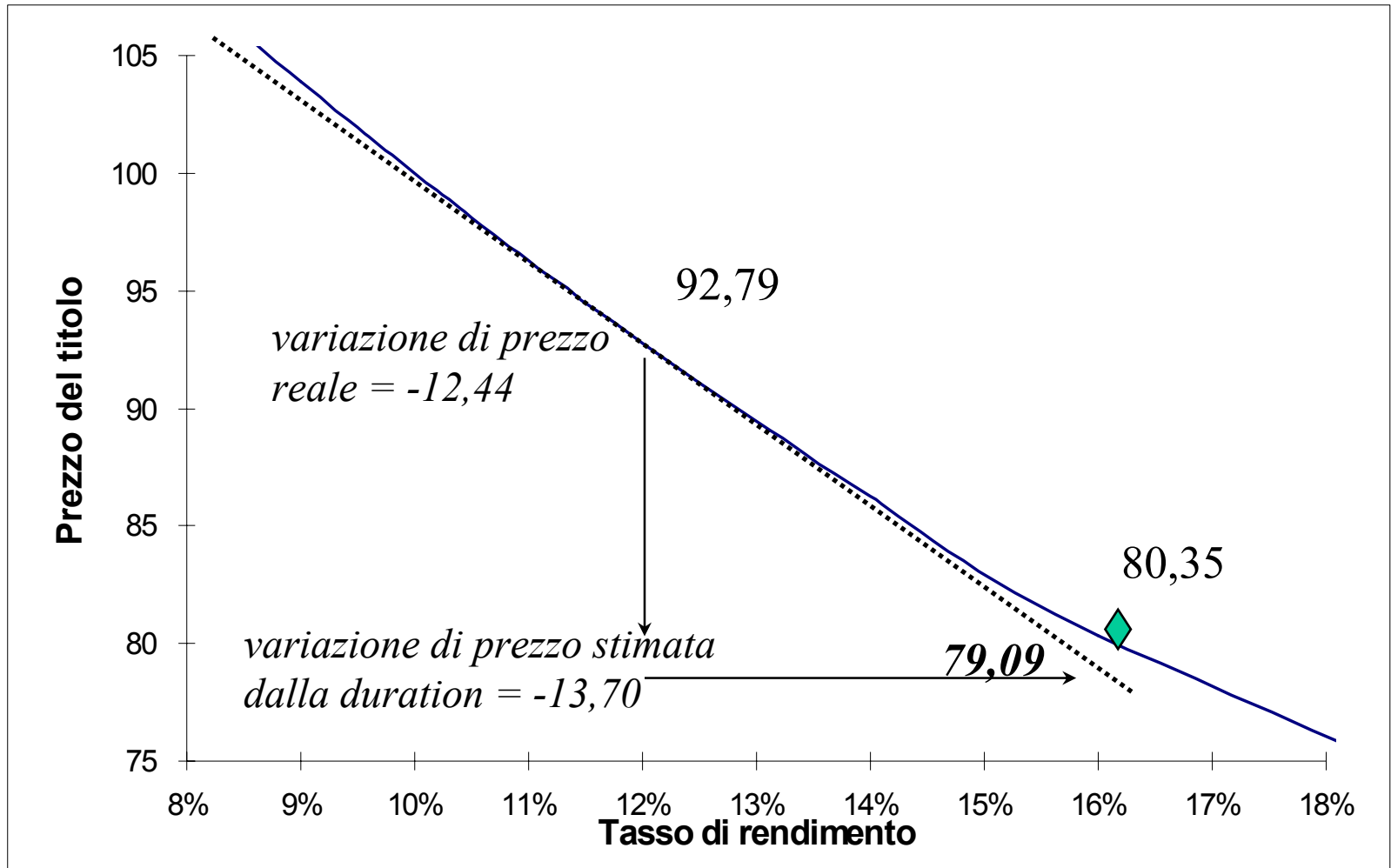
<u>titolo</u>	<u>cedola</u>	<u>tres</u>	<u>duration</u>	
BTP 1/3/06	10	10%	4.170	+tres , -duration
BTP 1/3/06	10	16%	4.065	

La duration

ovvero l'approssimazione lineare della relazione prezzo/rendimenti

BTP scadenza = 5 anni Cedole nominali = 10 Prezzo equo (con $r = 12\%$) = 92,79

Quale è il nuovo prezzo in caso di una variazione positiva dei tassi del 4%?



La convessità

Definizione

- è un indicatore oggettivo nel senso che è indipendente dal peso dei titoli nel portafoglio da valutazioni soggettive circa le aspettative dei mercati
- misura l'accelerazione (decelerazione) nella velocità di aggiustamento del prezzo al tasso
- supera il limite della duration (approssimazione lineare)
- matematicamente, è l'approssimazione quadratica della curva detta "espressione di Taylor"

Formula

$$\frac{dP}{P} = -\frac{D}{1+r} \Delta r + \frac{C}{(1+r)^2} \frac{\Delta r^2}{2} + \dots \varepsilon$$

dove:

C = convessità

D = duration

Δr = variazione dei tassi

ε = disturbo non spiegabile

da cui:

$$P_r = P_0 + \left[P_0 \left(-\frac{D}{1+y} \right) \Delta r \right] + \frac{C(\Delta r^2)P_0}{2}$$

$$C = 10^8 \cdot \left[\frac{\Delta P -}{P} + \frac{\Delta P +}{P} \right]$$

perdita in c/capitale relativa allo incremento di un basis point nel tasso

guadagno in c/capitale relativo al decremento di un basis point nel tasso

Fattore scalare

La convessità: un esempio

$$\text{Convessità} = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^T \frac{t(t+1)CF_t}{(1+r)^2}$$

Esempio:

Si consideri un'obbligazione che offre un tasso cedolare del 6% e con scadenza tra 25 anni.

Si assuma che:

- tasso di interesse = 6%
- duration modificata = 12,78 anni
- convessità = 242,94.

Si ipotizzi che i tassi scendano di un punto base a 5.99%

$$\begin{aligned} dP/P &= - \text{Modified Duration} * dr + (1/2) \text{Convessità} * dr = \\ &= - 12.78 * (-0.0001) + (1/2) 242.94 * (-0.0001) = 0.1279\% \end{aligned}$$

Si ipotizzi invece che i tassi scendano di cento punti base a 5.00%

$$\begin{aligned} dP/P &= - \text{Modified Duration} * dr + (1/2) \text{Convessità} * dr = \\ &= - 12.78 * (-0.01) + (1/2) 242.94 * (-0.01) = 13,99\% \end{aligned}$$

La struttura dei tassi

Perché i titoli hanno rendimenti differenti?

I rendimenti dei titoli sono influenzati da quattro fattori fondamentali:

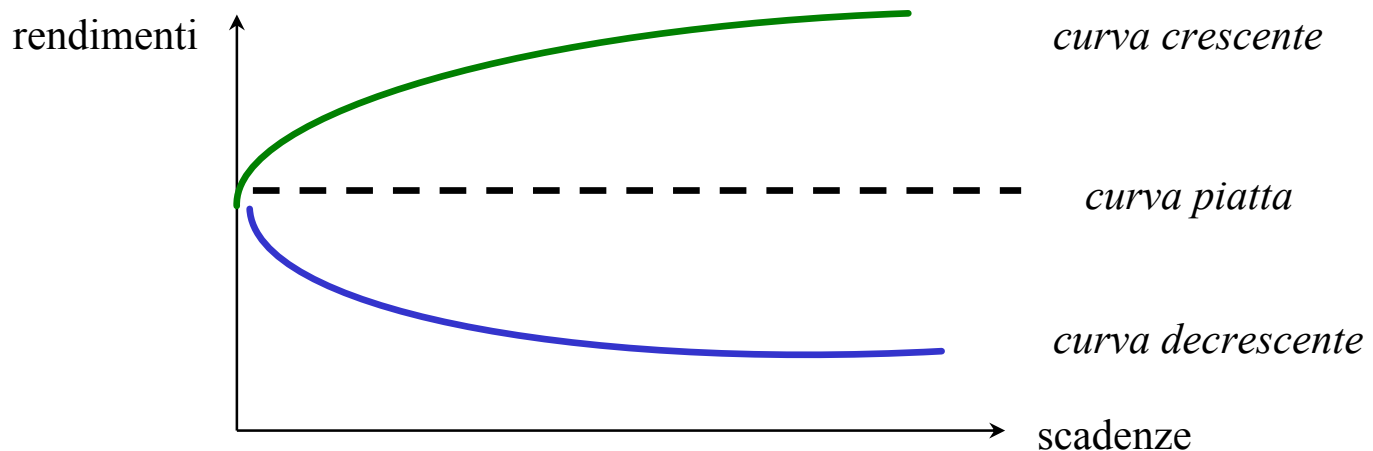
- il *rischio di insolvenza* - i titoli più rischiosi offrono rendimenti più elevati;
- la *liquidità* - i titoli più liquidi hanno prezzi superiori, o equivalentemente, tassi di rendimento inferiori;
- il *trattamento fiscale* - alcuni titoli presentano vantaggi fiscali tali da renderli particolarmente appetibili;
- la *scadenza* - i titoli con scadenze differenti offrono rendimenti differenti.

La struttura a termine dei tassi di interesse

• Definizione

La relazione che rappresenta i rendimenti di obbligazioni con diverse scadenze temporali, ma con medesime caratteristiche di rischio, liquidità e trattamento fiscale è denominata **curva dei tassi**. Tale funzione è anche definita come la **struttura a termine dei tassi di interesse** poiché associa a ogni scadenza del titolo un differente tasso di interesse.

La curva dei tassi assume tre tipiche inclinazioni: a) crescente - i tassi a lungo termine sono maggiori di quelli a breve; b) piatta - i rendimenti di obbligazioni con differenti scadenze sono uguali; c) decrescente - i tassi a breve sono più alti dei tassi a lungo.



Nota Bene: il principale limite del Tres è quello di considerare la curva dei tassi piatta e immutabile nel tempo. In realtà, la curva dei tassi non è mai piatta e si modifica continuamente.

La struttura dei tassi per scadenza: un esempio

Siano dati tre ZCB, tutti con valore rimborso = 100.

<i>Scadenza</i>	<i>Prezzo</i>	<i>Rendim: con curva crescente</i>	<i>con curva decrescente</i>
1 anno	94,34	6%	8%
2 anni	87,34	7%	7%
3 anni	79,38	8%	6%

Il tasso di rendimento di uno ZCB è definito tasso spot. La curva dei tassi dei rendimenti di titoli senza cedola o curva dei tassi spot si definisce struttura a termine dei tassi.

Si supponga, ora, di avere un BtP con cedola annua fissa del 10% e vita residua di 3 anni. Il prezzo di questo titolo è pari alla somma dei flussi attualizzati ai tassi spot delle rispettive scadenze, ovvero:

$$P_A = \frac{10}{(1+0,06)^1} + \frac{10}{(1+0,07)^2} + \frac{110}{(1+0,08)^3} = 105,49$$

Si consideri un secondo BtP con cedola annua fissa del 5% e vita residua di 3 anni.

$$P_B = \frac{5}{(1+0,06)^1} + \frac{5}{(1+0,07)^2} + \frac{105}{(1+0,08)^3} = 92,44$$

Il Tres del titolo A è invece dato dalla seguente uguaglianza:

$$105,49 = \frac{10}{(1+x)^1} + \frac{10}{(1+x)^2} + \frac{110}{(1+x)^3} \Rightarrow X = 7,88\%$$

Se si considerano i rendimenti secondo la struttura dei tassi decrescente, il prezzo del titolo A è così ottenuto:

$$P_A = \frac{10}{(1+0,08)^1} + \frac{10}{(1+0,07)^2} + \frac{110}{(1+0,06)^3} = 110,36 \Rightarrow Tres = 6,12\%$$

Pertanto, solo se la curva è piatta, il Tres dei titoli con cedola è uguale al tasso spot di un titolo senza cedola di medesima durata

Curva dei rendimenti e struttura a termine dei tassi

- Se la struttura a termine è crescente, il TIR è inferiore al tasso spot
- Se la struttura a termine è decrescente, il TIR è superiore al tasso spot
- Se la struttura è piatta, il TIR è uguale al tasso spot

<i>Titolo</i>	<i>Cedola %</i>	<i>Struttura a termine</i>					
		<u>crescente</u>			<u>decrescente</u>		
		<i>prezzo</i>	<i>TIR</i>	<i>tasso spot 3 anni</i>	<i>prezzo</i>	<i>TIR</i>	<i>tasso spot 3 anni</i>
ZC		79,38	8%	8% ⁰ %	83,96	6%	6%
BTP	10%	105,49	7,88%	8%	110,35	6,12%	6%
BTP	5%	92,44	7,93%	8%	97,14	6,06%	6%
BTP	7,90%	100	7,90%	8%			
BTP	6,08%				100	6,08%	6%

Un metodo per ottenere la curva dei tassi spot

Si assuma di conoscere il tasso spot per un investimento a un anno e si voglia determinare il tasso spot per un investimento a due anni.

$$P = \frac{C}{(1 + i_{s1})} + \frac{VR + C}{(1 + i_{s2})^2}$$

dove:

C = cedola

VR = valore di rimborso

i_{s1} = tasso spot per un anno

i_{s2} = tasso spot per due anni

Si consideri un BtP con cedola annua fissa del 10% e vita residua di 3 anni. Il prezzo di acquisto è di 105,5 e il tasso spot per un anno è pari al 6%.

Quale è il tasso spot per due anni?

$$i_{s(2)} = \sqrt{\frac{VR + C}{P - \frac{C}{1 + i_{s1}}} - 1} = \sqrt{\frac{110}{105,5 - \frac{10}{1 + 0,06}} - 1} = 7\%$$

E il tasso spot per tre anni?

$$i_{s(3)} = \sqrt[3]{\frac{VR + C}{P - \left[\frac{C_1}{1 + i_{s(1)}} + \frac{C_2}{1 + i_{s(2)}}\right]} - 1} = \sqrt[3]{\frac{110}{105,5 - \left[\frac{10}{1 + 0,06} + \frac{10}{1 + 0,07}\right]} - 1} = 8\%$$

In generale, la formula che si applica per ottenere la curva spot dei tassi è la seguente:

$$i_{s(n)} = \sqrt[n]{\frac{VR + C}{P - \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1 + i_{s(t)})^t}} - 1}$$

Tassi spot e tassi forward

Tasso spot = tasso di rendimento corrente richiesto da un investitore per un determinato periodo di tempo.

Tasso a termine (forward) = tasso di interesse a breve relativo a un periodo futuro; il tasso forward fa sì che i rendimenti attesi di due strategie di investimento di durata diversa siano equivalenti, ovvero rende uguale l'investimento a medio periodo o il continuo reinvestimento a breve termine. Il tasso forward non è il tasso che si avrà fra un anno (tasso spot a un anno futuro), ma è il tasso che oggi esiste secondo la struttura a termine dei tassi per investimenti con partenza fra un anno.

<u>Rendim. ZC</u>	<u>t</u>	<u>Tassi Forward</u>		
12%	1	1 anno	$[(1.1175)^2 / 1.12] - 1$	= 0.115006
11.75%	2	2 anni	$[(1.1125)^3 / (1.1175)^2] - 1$	= 0.102567
11.25%	3			
10.00%	4	3 anni	$[(1.1)^4 / (1.1125)^3] - 1$	= 0.063336
9.25%	5			
		4 anni	$[(1.0925)^5 / (1.1)^4] - 1$	= 0.063008

La formula per derivare i tassi forward

$$(1 + i_{n-k}) = \left(\frac{(1 + i_n)^n}{(1 + i_k)^k} \right)^{\frac{1}{n-k}}$$

dove:

i_n = tasso interesse con scadenza più lunga

i_k = tasso interesse con scadenza più corta

i_{n-k} = tasso forward

Esempio:

Si considerino due obbligazioni: il rendimento della prima, con scadenza fra 1 anno, è del 5% (r_1), mentre quello della seconda, scadente fra 2 anni, è del 5,7% ($r_{1,2}$).

Il tasso a termine del secondo anno (r_2) che eguaglia le due strategie di investimento è così determinato:

$$(1+r_{1,2})^2 = (1 + r_1)(1 + r_2)$$

e, cioè:

$$(1+0,057)^2 = (1 + 0,05)(1 + x)$$

$$1 + x = (1+0,057)^2 / (1 + 0,05)$$

$$x = 6,4\%$$

Il tasso a termine del secondo anno è così uguale al 6,4%.

Le teorie della curva dei tassi

Vi sono tre modelli teorici che cercano di spiegare tre caratteristiche della curva dei tassi:

1. i tassi di interesse relativi a scadenze differenti tendono a muoversi insieme: quando uno sale (scende), tutti gli altri tassi tendono a salire (scendere);
2. quando i tassi di interesse a breve termine sono particolarmente bassi, la curva dei rendimenti tende a essere maggiormente inclinata;
3. generalmente la curva dei tassi ha un andamento crescente.

LA TEORIA DELLE ASPETTATIVE

LA TEORIA DELLA PREFERENZA PER LA LIQUIDITA'

LA TEORIA DI SEGMENTAZIONE DEL MERCATO

Le teoria delle aspettative

La struttura dei tassi è interamente spiegata dalle aspettative sui futuri tassi di interesse.

L'assunzione fondamentale della teoria delle aspettative è che l'investitore non ha una particolare preferenza per titoli aventi una certa scadenza, ma cerca di realizzare il più alto rendimento possibile. Pertanto, è per lui indifferente investire una lira per due anni al tasso biennale del 5,7% o investirla al tasso a breve del 5% (nel primo anno) e reinvestirla al tasso del 6,4% (nel secondo anno).

Secondo la teoria delle aspettative, i tassi di interesse a lungo termine riflettono i tassi a breve correnti e le aspettative sui tassi a breve futuri. Ne deriva che l'inclinazione della curva dei rendimenti è correlata ai cambiamenti attesi nei tassi di interesse di breve periodo. Pertanto, se la curva dei rendimenti è crescente, si prevede un rialzo dei tassi di interesse; se la curva è inclinata verso il basso, si prevede un calo dei tassi di interesse; se la curva è piatta, non si prevedono variazioni.

I tassi a lungo termine sono dati dalla media geometrica del tasso spot corrente e dei tassi spot futuri (tassi forward).

$$(1 + {}_0r_n) = [(1 + {}_0r_1)(1 + E({}_1r_2)) \dots (1 + E({}_{n-1}r_n))]^{\frac{1}{n}}$$

dove:
 ${}_0r_n$ = tasso spot di un investimento con scadenza n , espresso su base uniperiodale
 $E({}_{n-1}r_n)$ = tasso futuro atteso

L'investitore considera i rendimenti di uno ZCB, con scadenza n periodi, uguale a quello ottenibile da una serie di reinvestimenti a breve termine (uniperiodali) ripetuti n volte.

Le teoria delle aspettative: un esempio

Siano dati quattro ZCB, tutti con valore rimborso = 100.

Scadenza

1 anno

2 anni

3 anni

4 anni

Rendimenti dei titoli

4,00%

5,00%

6,00%

6,75%

Tassi annui a termine impliciti

$${}_1 f_2 = \frac{(1+{}_0 r_2)^2}{(1+{}_0 r_1)^1} - 1 = \frac{1.05^2}{1.04} - 1 = 6,01\%$$

$${}_2 f_3 = \frac{(1+{}_0 r_3)^3}{(1+{}_0 r_2)^2} - 1 = \frac{1.06^3}{1.05^2} - 1 = 8,03\% \quad {}_3 f_4 = \frac{(1+{}_0 r_4)^4}{(1+{}_0 r_3)^3} - 1 = \frac{1.0675^4}{1.06^3} - 1 = 9,03\%$$

Pertanto, il tasso a lungo termine (scadenza = 4 anni) è così ottenuto:

$$(1+{}_0 r_4) = \sqrt[n]{\prod x_n} = \sqrt[4]{(1,04)(1,0601)(1,0803)(1,0903)} = 6,75\%$$

L'uguaglianza tra tasso atteso dall'investitore e tasso forward implicito determina le strategie di investimento.

1) Se l'investitore ritiene che i tassi attesi siano maggiori dei tassi forward impliciti, investirà in un titolo a breve termine. Infatti, se il tasso atteso dall'investitore fosse del 6,5%:

$$r = 1(1,04)(1,065) = 1,1076 > 1,1025 \quad \text{dove } 1,1025 = 1(1,04)(1,0601)$$

2) Se il tasso atteso dall'investitore è minore del tasso forward implicito, l'investitore preferirà acquistare un titolo a lungo termine. Infatti, se il tasso atteso fosse del 5,5%:

$$r = 1(1,04)(1,055) = 1,0972 < 1,1025 \quad \text{dove } 1,1025 = 1(1,04)(1,0601)$$

Le teoria della segmentazione del mercato

- I mercati dei titoli con differenti scadenze sono separati
 - i titoli a breve e quelli a lungo sono trattati in mercati distinti
- Il tasso di interesse per ogni titolo:
 - è determinato dalla domanda e dall'offerta relativa a quel particolare segmento di mercato
 - non è influenzato dalle aspettative di rendimento di titoli con scadenze differenti.

↓ *In base a questa teoria, non esiste sostituibilità fra i titoli perché ogni investitore mostra una netta preferenza per titoli con una determinata scadenza*

Per esempio, un risparmiatore con disponibilità di capitali per un periodo di tempo considerevole (per esempio, 10 anni) investirà in titoli con scadenza fra 10 anni, non curandosi dei rendimenti offerti dai titoli a breve termine. L'inclinazione della curva dei tassi dipende dalle condizioni di domanda e di offerta presenti nei diversi segmenti di mercato. Se, in media, i risparmiatori preferiscono titoli a breve termine perché meno rischiosi, il rendimento offerto da questi titoli sarà inferiore a quello offerto da titoli a più lungo termine. Ciò spiega la tipica inclinazione verso l'alto della curva dei tassi.

Preferred Habitat

- variante della teoria di segmentazione del mercato
 - gli investitori sono disposti a spostarsi in un altro segmento di mercato se il premio offerto (i.e., differenziale di rendimento) è adeguato*

La teoria della liquidità

La teoria del premio per la liquidità, che segue la struttura di analisi della teoria delle aspettative, assume che:

- a) gli investitori sono disposti a pagare un prezzo superiore (o a ricevere un rendimento inferiore) per detenere i titoli preferiti;
- b) gli investitori, in quanto avversi al rischio, preferiscono i titoli a breve termine rispetto a quelli a lungo termine poiché ritengono questi ultimi più rischiosi in termini di liquidità rispetto ai titoli a breve.

Pertanto, per acquistare i titoli di lungo termine, gli investitori richiedono che il tasso di rendimento offerto sia maggiorato di un premio al rischio, denominato *premio di liquidità*, che li ricompensi del più elevato rischio assunto. Più la scadenza del titolo è lunga, maggiore è il premio al rischio richiesto.

Nella struttura dei tassi, il tasso implicito eccede il tasso atteso sui titoli a lungo termine.

