



L'efficienza e la valutazione delle performance

Concetti ed introduzione alla *D.E.A.*

Corso di Economia Industriale

Lezione dell' 8/01/2010

Valutazione delle performance

- **Obiettivo**: valutare le attività di organizzazioni quali imprese, istituzioni governative, ospedali, università, ...
- **Esiste una grande varietà di valutazioni**:
 - Costo unitario;
 - Profitto unitario;
 - Soddisfazione unitaria;
 - ...
- Una misura di **efficienza** comunemente usata è il rapporto Output/Input, che, più che una vera e propria efficienza, rappresenta una misura della **produttività**.
 - output per ogni ora di lavoro;
 - output per operaio;
 - output per MWh di energia utilizzato;
 - ...
- Le precedenti sono tutte misure di **produttività parziale**, differente dalla **produttività totale dei fattori**, che cerca di ottenere un unico indice che tenga conto di tutti gli input e gli output.



I diversi tipi di efficienza

- **Efficienza tecnica**

- Dati i miei input, sto producendo gli output ottimali o dovrei produrre di più?
- Dati i miei output, sto utilizzando la giusta quantità di input o dovrei ridurla?

confronto tra il processo di produzione effettivamente realizzato e un altro processo corrispondente ad uno standard di ottimalità

- **Efficienza allocativa**

- Dato il livello di output e la tecnologia, sto utilizzando l'input mix che minimizza i miei costi?

- **Efficienza economica**

- Una combinazione delle due precedenti.



Non confondiamo l'efficienza con...

- **Efficacia**

- un' impresa è efficace quando raggiunge con successo gli obiettivi prefissati;
- i giudizi di efficacia implicano quindi una valutazione qualitativa ex-post del grado di raggiungimento degli obiettivi desiderati;
- tali obiettivi possono essere: il grado di soddisfazione della clientela, i guadagni conseguiti dall'azienda ecc.
 - *Efficacia interna o gestionale (output/obiettivi)* misura e indica la capacità di raggiungere determinati obiettivi
 - *Efficacia esterna o sociale (obiettivi/risultati)* misura e indica la capacità dell'azienda di soddisfare i bisogni

- **Economicità**

- il concetto di economicità sintetizza la capacità dell'impresa nel lungo periodo di utilizzare in modo efficiente le proprie risorse raggiungendo in modo efficace i propri obiettivi.



Efficienza – Una prima definizione in termini di produttività

$$\text{EFFICIENZA} = \frac{\text{OUTPUT}}{\text{INPUT}}$$

$$\text{OUTPUT} = \text{INPUT} \Rightarrow \text{EFFICIENZA} = 1$$

$$0 \leq \text{EFFICIENZA} \leq 1$$



$$\text{EFFICIENZA} = \frac{\text{OUTPUT 1} + \text{OUTPUT 2}}{\text{INPUT 1} + \text{INPUT 2} + \text{INPUT 3}}$$

$$0 \leq \text{EFFICIENZA} \leq 1$$

Problema: valutare l'efficienza di un processo quando le unità di misura delle risorse di input e output non sono le stesse!

$$\text{EFFICIENZA} = \frac{\text{Qualità (n° di difetti)}}{\text{Materiali (ton) + Energia (MWh)}}$$

$$0 \leq \text{EFFICIENZA} \leq 1$$

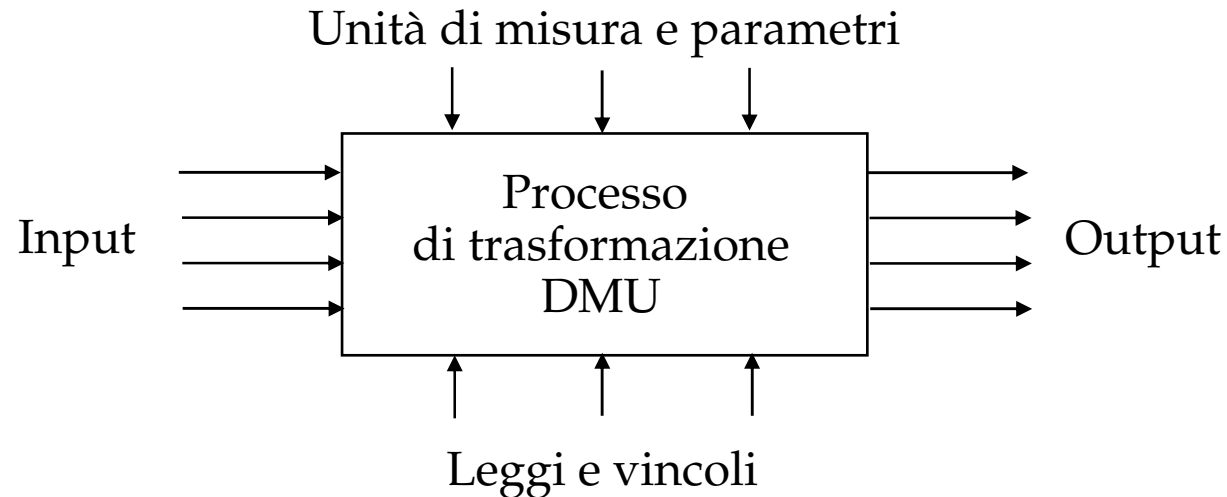
Cosa possiamo dire?

- A parità di materiali ed energia, è più efficiente chi ha una maggiore qualità
- A parità di qualità è più efficiente chi utilizza meno materiali e/o meno energia

- *Data Envelopment Analysis (configurazione iniziale)*
 - permette di superare il problema delle differenti unità di misura
 - consente di analizzare processi multi input/output
 - riguarda l'EFFICIENZA TECNICA del processo di trasformazione di input in output e quindi
 - SOLO QUANTITA' DI INPUT ED OUTPUT
 - NON PREZZI E COSTI
 - fornisce uno score di efficienza RELATIVA (tra differenti Decision Making Unit, DMU) e NON ASSOLUTA
 - Non determina stime probabilistiche e nemmeno spiega le cause dell'inefficienza

Come funziona?

- 1) Definire accuratamente il processo produttivo

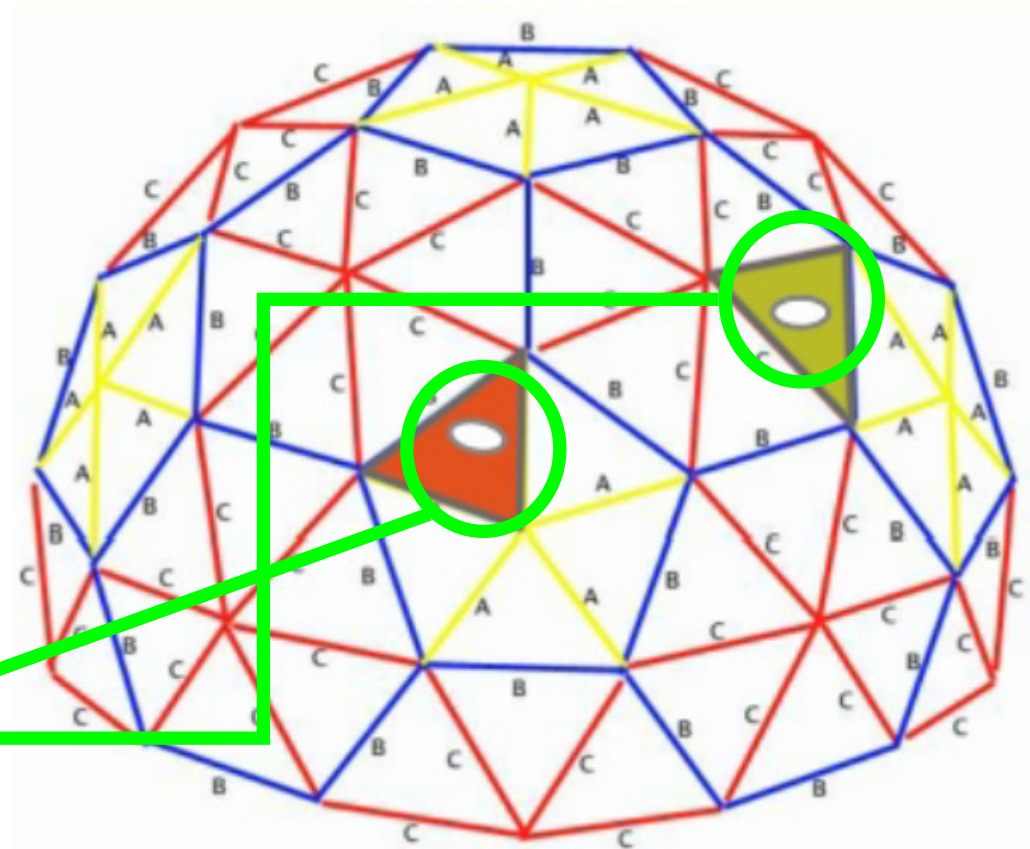


- 2) Selezionare solo gli INPUT ed OUTPUT CRITICI.
- 3) Scelta del modello:
 - MINIMIZZAZIONE INPUT o MASSIMIZZAZIONE OUTPUT

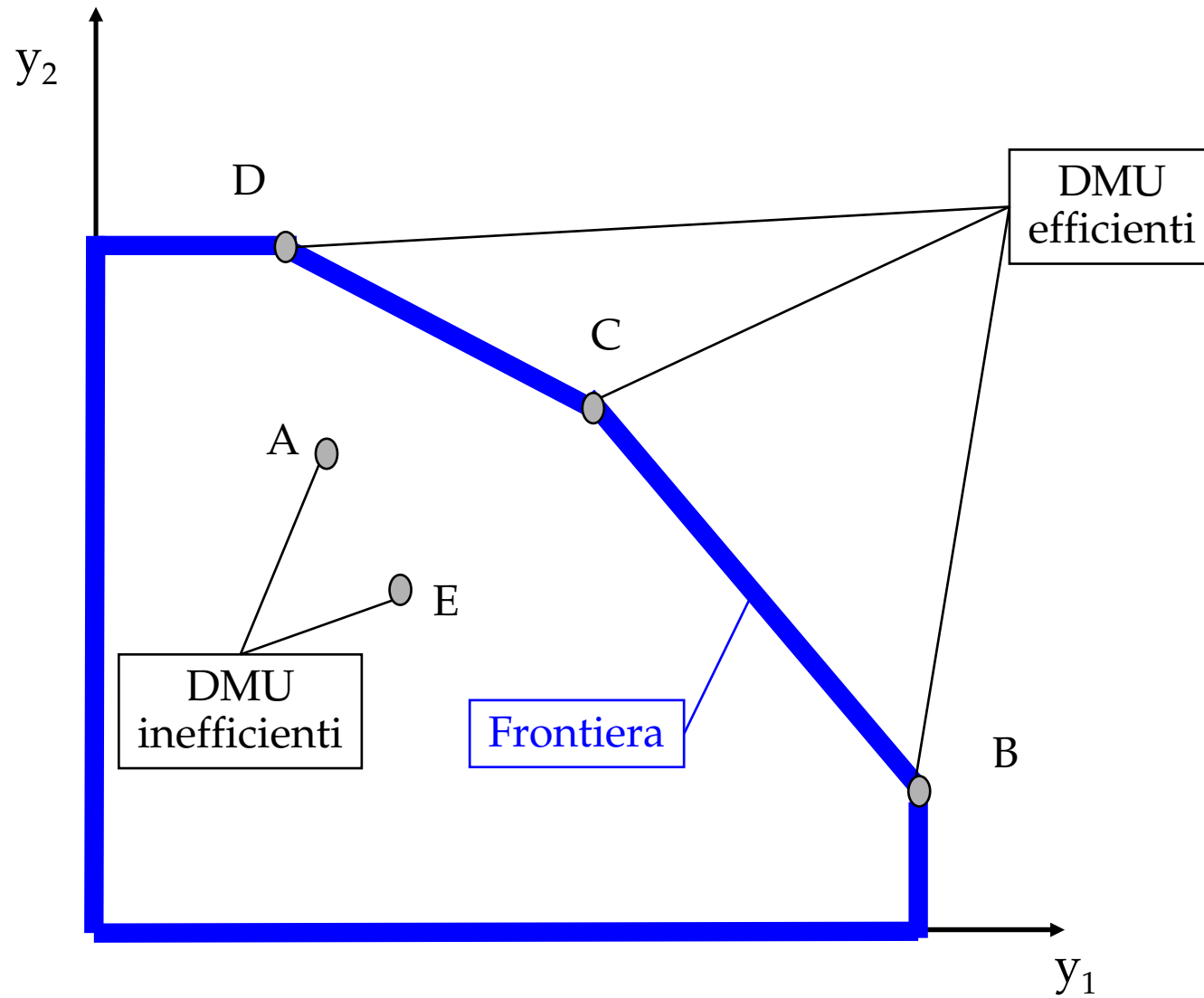
$$\text{EFF. della DMU} = \frac{w_{O1} \times O_{O1} + w_{O2} \times O_{O2}}{w_{I1} \times I_1 + w_{I2} \times I_2 + w_{I3} \times I_3}$$

- 4) Determino il livello di efficienza di ogni DMU.
- 5) Genero una frontiera costituita da iperpiani.

le unità efficienti stanno sulla frontiera



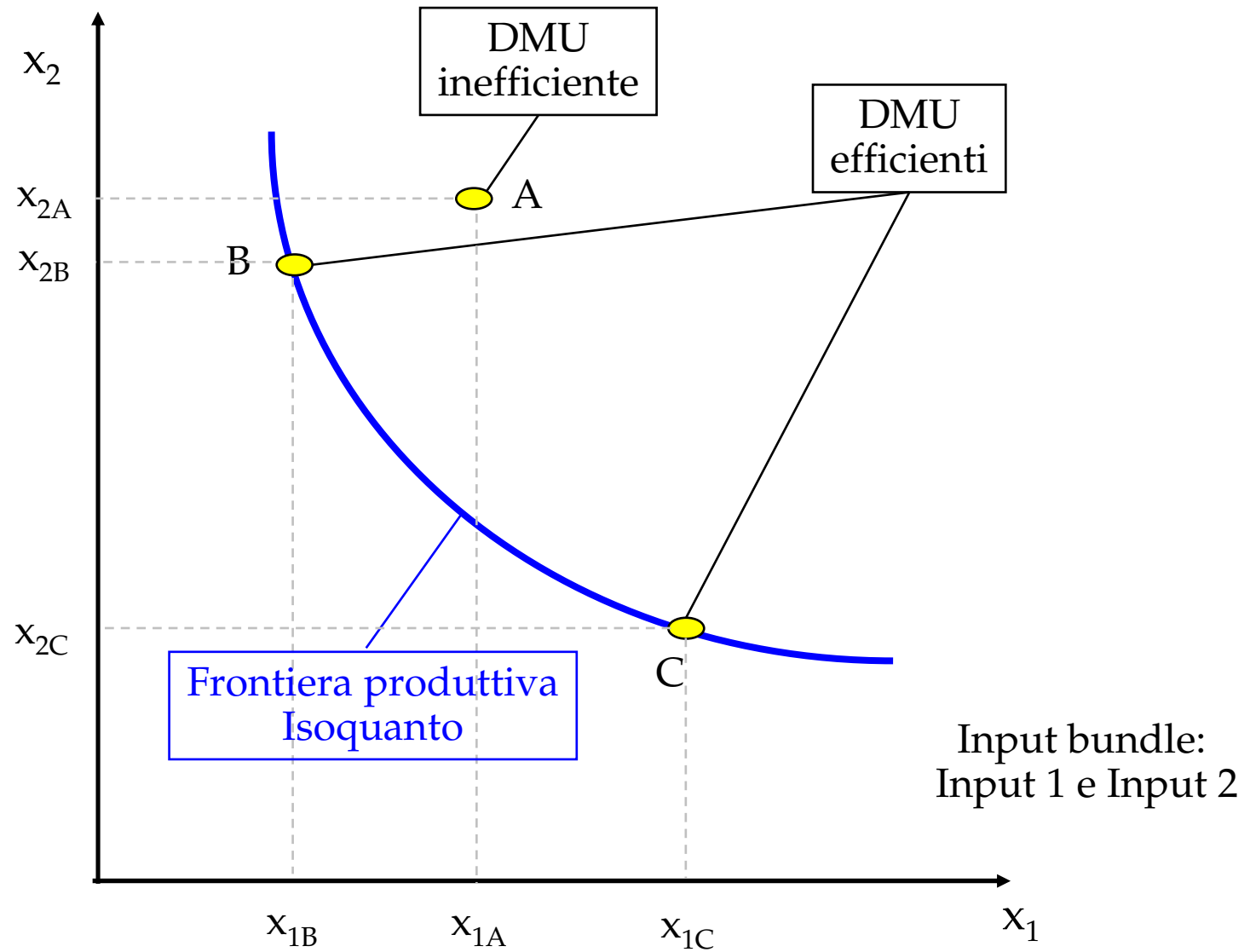
Rappresentazione della DEA



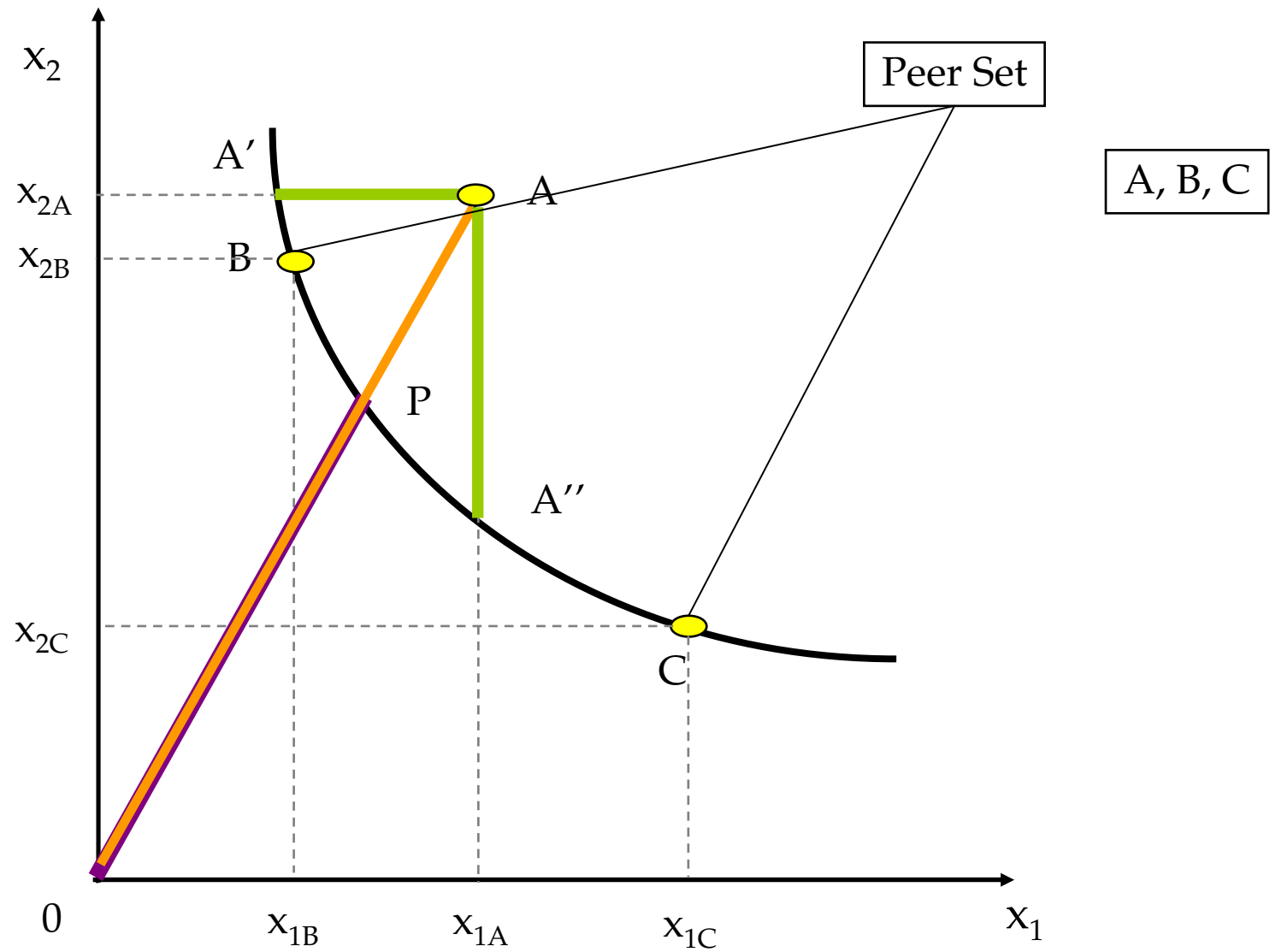
- Quindi la DEA
 - Valuta le performance di ciascuna DMU;
 - Quantifica queste performance in termini di EFFICIENZA TECNICA
- Pertanto se uno specifico set di DMU
 - è caratterizzato da uno specifico processo produttivo
 - produce differenti livelli di output
 - partendo da specifici bundle di input

**La DEA assegna ad ogni unità uno specifico
livello di EFFICIENZA TECNICA
che è determinato dall'output prodotto
e che dipende dai valori degli input in ciascun input bundle**

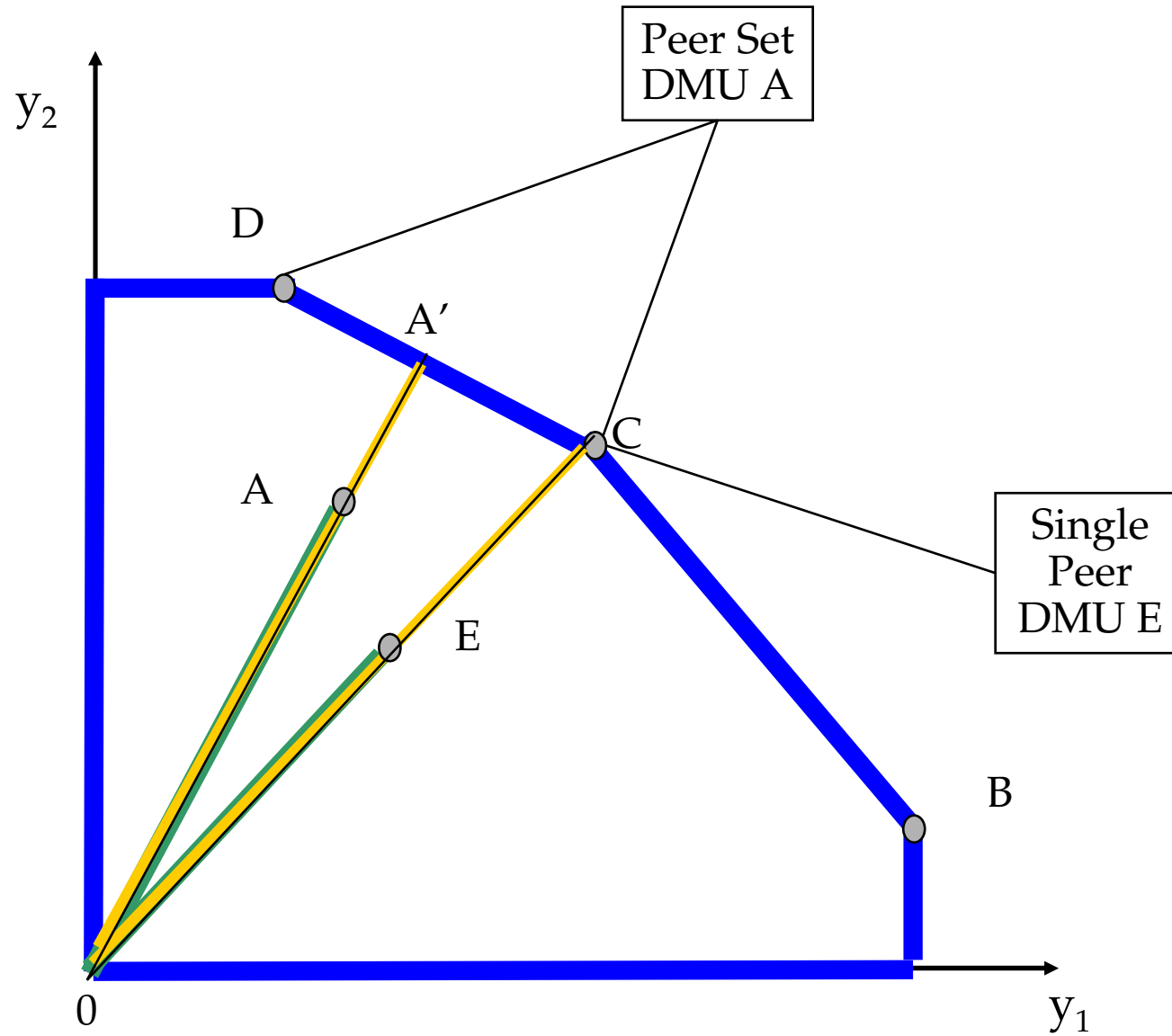
Rappresentazione della DEA



Minimizzare l'input



Massimizzare l'output



Determinazione del livello di efficienza

Gli esempi visti graficamente sono molto semplici (pochi input/output).

Ma come fa la DEA

a determinare il livello di efficienza per ciascuna DMU
in cui *multi-input/output* più complessi?

$$\text{EFF. DMU} = \frac{\mathbf{u}_1 y_1 + \mathbf{u}_2 y_2 + \dots + \mathbf{u}_s y_s}{\mathbf{v}_1 x_1 + \mathbf{v}_2 x_2 + \dots + \mathbf{v}_m x_m}$$

Ogni y è una variabile di output

Ogni x è una variabile di input

I coefficienti u sono i pesi assegnati alle variabili di output

I coefficienti v sono i pesi associati alle variabili di input

Determinazione dei pesi u e v

Ma come fa la DEA
a determinare i pesi u e v da assegnare
alla DMU?

I pesi sono derivati direttamente dai dati e scelti in modo da assegnare ad ogni DMU un set di pesi ottimale. Cosa significa ottimale? Significa che assegnando a tutte le DMU i pesi scelti per la DMU *i-esima*, **quest'ultima consegue il massimo score di efficienza.**

$$u_1 y_1 + u_2 y_2 + \dots + u_s y_s = v_1 x_1 + v_2 x_2 + \dots + v_m x_m$$

La DMU è efficiente (EFF = 1) e sta sulla frontiera

$$u_1 y_1 + u_2 y_2 + \dots + u_s y_s \leq v_1 x_1 + v_2 x_2 + \dots + v_m x_m$$

La DMU è inefficiente (EFF ≤ 1) e si vede assegnato uno score di efficienza pari al rapporto tra la somme pesate degli output e degli input.

Questi score permettono di ottenere un ranking delle diverse DMU



- Consideriamo 6 super...
 numero di impiegati...
 questo caso è singolo

Considero A

$$\text{Max } \theta = \frac{u y_{1A}}{v_1 x_{1A} + v_2 x_{2A}}$$

Sotto i vincoli

$$1) \frac{u_1 y_{1j}}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j}} \leq 1 \quad (j = A, B, C, D, E, F)$$

$$2) v_1, v_2 \geq 0 \quad 3) u \geq 0$$

A questo punto considero poi B ... fino a F

| | | | | | | |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---|
| Store | | | | | | |
| Input 1 | | | | | | |
| Input 2 | | | | | | |
| Output | | | | | | |
| Prod. | | | | | | |
| Eff. Relativa | 0,86 | 0,67 | 1 | 1 | 0,545 | |
| DEA - CCR | 0,86 | 0,63 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| v₁ | 0,1429 | 0,0526 | 0,0833 | 0,1667 | 0,2143 | 0 |
| v₂ | 0,1429 | 0,2105 | 0,3333 | 0,1667 | 0,1429 | 1 |
| u | 0,8571 | 0,6316 | 1 | 1 | 1 | 1 |



- Dal punto di vista matematico il problema può essere trasformato utilizzando la seguente formulazione.
- Nel caso di n DMU, s output e m input

$$\text{Max } \theta = \frac{\mathbf{u}_1 y_{1o} + \mathbf{u}_2 y_{2o} + \dots + \mathbf{u}_s y_{so}}{\mathbf{v}_1 x_{1o} + \mathbf{v}_2 x_{2o} + \dots + \mathbf{v}_m x_{mo}}$$

Vincoli

$$\frac{\mathbf{u}_1 y_{1j} + \mathbf{u}_2 y_{2j} + \dots + \mathbf{u}_s y_{sj}}{\mathbf{v}_1 x_{1j} + \mathbf{v}_2 x_{2j} + \dots + \mathbf{v}_m x_{mj}} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m \geq 0$$

$$\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_s \geq 0$$

- Abbiamo visto nella slide precedente un'applicazione del modello CCR. Come funziona dal punto di vista matematico tale modello?
- Il problema frazionario è trasformato nell'equivalente lineare.

$$\text{Max } \theta = \mathbf{u}_1 y_{1o} + \mathbf{u}_2 y_{2o} + \dots + \mathbf{u}_s y_{so}$$

\mathbf{v}, \mathbf{u}

Vincoli

$$\mathbf{v}_1 x_{1o} + \mathbf{v}_2 x_{2o} + \dots + \mathbf{v}_m x_{mo} = 1$$

$$\mathbf{u}_1 y_{1j} + \mathbf{u}_2 y_{2j} + \dots + \mathbf{u}_s y_{sj} \leq \mathbf{v}_1 x_{1j} + \mathbf{v}_2 x_{2j} + \dots + \mathbf{v}_m x_{mj}$$

$$\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m \geq 0$$

$$\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_s \geq 0$$

- CCR – I
- CCR – O
- BCC – I
- BCC – O
- SBM – C (V o GRS)
- SBM – I – C (V o GRS)
- SBM – O – C (V o GRS)
- Weighted SBM – (I (O)) – C (V o GRS)
- Hybrid – C (V)
- FDH

Quanti input e output servono?

- **Utilizzare solo le variabili chiave, ovvero quelle che hanno grande influenza sull'efficienza.**
- **Selezionare variabili chiave che sono indipendenti da altre variabili.**
- **Meno variabili chiave si utilizzano, migliori saranno i risultati.**
- **E' comunque sempre opportuno effettuare un test di sensitività sulle variabili scelte, per vedere se esse effettivamente influenzano l'efficienza di una DMU.**
- **Determinate le variabili, si fornisce al software il *dataset* con i valori delle variabili di input e output scelti per tutte le DMU del campione**



Quante DMU servono?

Esiste un numero minimo di DMU
necessario per poter applicare
la DEA?

SI!!!

Determinare il numero minimo di unità nel seguente modo:

(n° input x n° output)

Confrontare tale prodotto con il triplo di

(n° input + n° output)

Esempio A:

3 input e 5 output

$$3 \times 5 = 15$$

$$5 + 3 = 8 \rightarrow 8 \times 3 = 24$$

Esempio B:

9 input e 6 output

$$9 \times 6 = 54$$

$$9 + 6 = 15 \rightarrow 15 \times 3 = 45$$

**Il massimo tra i due è il numero minimo di DMU
che si devono valutare.**

- Un modello DEA appropriato usa la programmazione lineare per calcolare il set di pesi di input e output ottimale che fa di una DMU specifica la più efficiente.
- La somma delle variabili di output pesate viene divisa per la somma delle variabili di input pesate per determinare l'efficienza tecnica di ogni DMU.
- Le DMU con efficienza pari a 1 sono dette essere sulla frontiera, la superficie esterna di un'immaginaria superficie multidimensionale.
- Le DMU con efficienza minore di 1 sono contenute all'interno della stessa superficie o "inviluppate".
- La distanza di una DMU inefficiente dalla più vicine DMU efficienti (*benchmark peers*) indica direzione e quantità dei possibili *improvements* in ciascun input ed in ciascun output.

Esercizio numerico

- Immaginate di essere un funzionario della Regione Lombardia incaricato di suddividere una parte dei finanziamenti (pari a 12 milioni di euro) tra i 12 ospedali della regione specializzati in un determinato tipo di cure **sulla base dell'efficienza tecnica di ciascuna struttura**. Le informazioni a vostra disposizione sono riassunte in tabella.
 - Si analizzino criticamente le variabili a disposizione sulla base delle caratteristiche del processo produttivo e della DEA.
 - Si determinino la produttività (assoluta e relativa di ciascuna unità).
 - Si determinare l'efficienza di ciascuna unità (supponendo di poter scegliere tra 3 set di pesi).
 - Quali sono le strutture più efficienti?
 - Come spartireste il finanziamento di 12 milioni di Euro tra i 12 ospedali?

| Ospedali | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---------------|------|------|------|------|-----|-------|-------|-----|-----|------|------|------|
| INPUT | | | | | | | | | | | | |
| Dottori | 20 | 19 | 25 | 27 | 22 | 55 | 33 | 31 | 30 | 50 | 53 | 38 |
| Infermieri | 151 | 131 | 160 | 168 | 158 | 255 | 235 | 206 | 244 | 268 | 306 | 284 |
| Posti letto | 75,5 | 65,5 | 80 | 84 | 79 | 127,5 | 117,5 | 103 | 122 | 134 | 153 | 142 |
| OUTPUT | | | | | | | | | | | | |
| Dimissioni | 100 | 150 | 160 | 180 | 94 | 230 | 220 | 152 | 190 | 250 | 260 | 250 |
| Ricoveri | 90 | 50 | 55 | 72 | 66 | 90 | 88 | 80 | 100 | 100 | 147 | 120 |
| Ricavi | 100 | 1000 | 1050 | 1080 | 280 | 1400 | 1320 | 720 | 900 | 1500 | 1130 | 1300 |

